さて，では実数ならなぜ言えるのかということになるが，多くの場合はそのような極限をすべて集めたもの全体を実数の集合としている (実数の定義) ので，逆に，有理数の値をとるどのような数列も収束する場合にその値が実数の範囲にあることは当然ということになるのである．

以上のことを踏まえた上で，単調収束定理を「当然」と思うのはよいとしても，よく知らないで「当然」と言い切るのは少し乱暴かもしれない．

このような定理があることを知っているのはよいとして，高校数学の問題を解決するときは，これは「非常手段」くらいに考えておいて，できる限りこの定理を用いない解法 (本来はそれで解けるはずなので) で考える方がよい．

注

同様に,「下に有界な単調減少数列は収束する」こともいえる．

☆補足おわり☆

---

**例題 4 − 4**

$c$ を与えられた $c \geqq -2$ なる定数とするとき

$$a_1 = c,\ \ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で与えられる数列の極限を求めよ．

---

**考え方**

まず，答案を作る事前の準備として極限を予想する．方程式 $x = \sqrt{x+2}$ を解くと

$$\begin{aligned} & x^2 \geqq x + 2 \quad かつ \quad x \geqq 0 \\ \Longleftrightarrow\ & x^2 - x - 2 = 0 \quad かつ \quad x \geqq 0 \\ \Longleftrightarrow\ & (x-2)(x+1) = 0 \quad かつ \quad x \geqq 0 \\ \Longleftrightarrow\ & x = 2 \end{aligned}$$

したがって，数列 $\{a_n\}$ は収束するとすれば，極限は 2 である．解答では 2 に収束することを示す．