

▶▶ 例題 3-6 ▶▶

三角形 ABC において、 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ が成り立つという。このとき C を求めよ。

◆ 解答 ◆

図のように三角形の 3 辺の長さを a, b, c , 外接円の半径を R とおくと、正弦定理より、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\therefore a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立つ。ここで、 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ であるから、 $\textcircled{1}$ は、

$$a = 3k, b = 5k, c = 7k \quad (k = 2R \text{ とおいた})$$

と表せる。したがって、

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{(3k)^2 + (5k)^2 - (7k)^2}{2 \cdot 3k \cdot 5k} \\ &= \frac{9 + 25 - 49}{30} \\ &= \frac{-15}{30} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

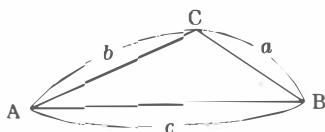
であるから、

$$C = 120^\circ$$

答

である。

▶▶ 問い 3-8 ▶▶ 三角形 ABC において $\sin A : \sin B : \sin C = 7 : 5 : 8$ が成り立つという。このとき角 A の大きさを求めよ。



◁ 正弦定理より、一般に次のことがいえる。「 $\triangle ABC$ に対し $BC = a, CA = b, AB = c$ とおくと $\sin A : \sin B : \sin C = a : b : c$ 」