

解答

- (1) 関数  $g(x) = x^5 + 3x + 2$  はすべての実数で連続な関数であり,  $g(-1) = -2 < 0$ ,  $g(0) = 2 > 0$  であるから, 中間値の定理より  $g(x) = 0$  を満たす  $x$  が存在する。したがって,  $f(x) \geq 0$  であるから  $f(x)$  の最小値は,

0

答

である。

- (2)  $g(x) = x^2 - 2\sqrt[3]{3}x + \sqrt[5]{40}$  とおくと,  
$$g(x) = (x - \sqrt[3]{3})^2 - \sqrt[3]{9} + \sqrt[5]{40}$$

である。

ここで,  $2 < \sqrt[3]{9} < 3$ ,  $2 < \sqrt[5]{40} < 3$  であり,

$$(\sqrt[3]{9})^{15} - (\sqrt[5]{40})^{15} = 9^5 - 40^3 = 59049 - 64000 < 0$$

$$\therefore \sqrt[3]{9} < \sqrt[5]{40}$$

であるから,

$$0 < -\sqrt[3]{9} + \sqrt[5]{40} < 1$$

である。したがって,  $f(x)$  の最小値は,

0

答

である。