解答

(1) $$\int_0^4 (x+5)(x-2)^6\,dx = \int_0^4 \{(x-2)^7 + 7(x-2)^6\}\,dx$$
$$= \left[\frac{1}{8}(x-2)^8 + (x-2)^7\right]_0^4$$
$$= 2\cdot 2^7$$
$$= \mathbf{256}$$ 答

(2) $1\pm\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ は 2 次方程式 $2x^2-4x-7=0$ の 2 解である。よって, $\alpha=1-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$, $\beta=1+\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ とおくと,
$$\int_{1-\frac{3}{\sqrt{2}}}^{1+\frac{3}{\sqrt{2}}} (2x^2-4x-7)\,dx = \int_\alpha^\beta 2(x-\alpha)(x-\beta)\,dx$$
$$= -\frac{1}{6}\cdot 2(\beta-\alpha)^3$$
$$= -\frac{1}{3}(3\sqrt{2})^3$$
$$= \mathbf{-18\sqrt{2}}$$ 答

(3) $\alpha=4-\sqrt{21}$, $\beta=4+\sqrt{21}$ とおくと, α, β は 2 次方程式 $x^2-8x-5=0$ の解である。よって,
$$\int_{4-\sqrt{21}}^{4+\sqrt{21}} (x^2-8x-7)\,dx = \int_\alpha^\beta \{(x^2-8x-5)-2\}\,dx$$
$$= \int_\alpha^\beta \{(x-\alpha)(x-\beta)-2\}\,dx$$
$$= -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3 - 2(\beta-\alpha)$$
$$= -\frac{1}{6}(2\sqrt{21})^3 - 2\cdot 2\sqrt{21}$$
$$= \mathbf{-32\sqrt{21}}$$ 答