$\boxed{\text{解答}}$

(1) $1330 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$

$1329 = 3 \cdot 443$

$1328 = 2^4 \cdot 83$

1327 は素数

$1326 = 2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 17$

$1325 = 5^2 \cdot 53$

$1324 = 2^2 \cdot 331$

$1323 = 3^3 \cdot 7^2$

よって,

$$x = \mathbf{1323}$$

(2) $11^3 > 3^3 \cdot 7^2$, すなわち, $11 > 3 \cdot 7^{\frac{2}{3}}$ より,

$$\log_{10} 11 = 0.4771 + \frac{2}{3} \cdot 0.8451 = 1.0405$$

したがって,

$$11^{100} = 10^{100 \times 1.0405} = 104.05$$

であるから,

$$A > 11^{100} = 10^{104.05}$$

すなわち,

$$A > 10^{104} \qquad \cdots\cdots ①$$

である。

また, $31^2 = 961 < 1000$ より,

$$31^{68} < 1000^{34} = 10^{102}$$

である。さらに, $11^2 < 125$ より,

$$\begin{aligned} \log_{10} 11^2 &< 3\log_{10} 5 = 3(1 - \log_{10} 2) = 3 \times 0.6990 \\ &= 2.097 \end{aligned}$$

$$\therefore \quad \log_{10} 11 < 1.0485$$

したがって,

$$11^{100} < 10^{104.85}$$

であるが, $0.85 < 0.9030 = \log_{10} 8$ より, $10^{0.85} < 8$ であるから,

$$11^{100} < 8 \cdot 10^{104}$$

以上より,

$$A < 8 \cdot 10^{104} + 10^{102}$$

となるから,

$$A < 10^{105} \qquad \cdots\cdots ②$$

である。

①, ② より $10^{104} < A < 10^{105}$ であるから A の桁数は 105 である。

105 答