

目次

第 1 章 入門編	13
1.1 写像と変換	14
1.1.1 写像	14
1.1.2 いろいろな写像	16
1.1.3 変換	18
1.2 線型性	19
1.2.1 線型性とは	19
1.2.2 線型変換	21
1.3 線型変換の表現	26
1.3.1 線型変換と表現行列	26
1.3.2 簡単な線型変換の表現行列	29
1.3.3 行列の演算	31
第 2 章 行列	35
2.1 行列とその表記	36
2.1.1 行列とは	36
2.1.2 行列はベクトルを並べたもの	37
2.2 行列の加法とスカラー倍	38
2.2.1 行列の加法	38
2.2.2 行列のスカラー倍	39
2.3 行列の乗法	41
2.3.1 行列の積の定義	41
2.3.2 逆行列	47
2.4 行列の多項式	51
2.4.1 ケーリー・ハミルトンの定理	51
2.4.2 多項式の計算への応用	53
2.4.3 ケーリー・ハミルトンの定理についての考察	62

2.4.4	行列の方程式を満たす行列の条件	71
2.5	行列式とトレース	74
2.6	行列の平方根	82
2.7	行列の乗法の可換性	88
2.8	掃き出し法	91
2.8.1	連立方程式を解く	91
2.8.2	逆行列を求める	94
第 3 章	線型変換	97
3.1	線型変換についての確認	98
3.2	点の像	103
3.2.1	行列の決定	107
3.2.2	回転行列	110
3.2.3	原点を通る直線に関する対称移動	115
3.2.4	回転と対称移動の関係	118
3.3	図形の像	123
3.4	線型変換の基本性質	128
3.4.1	基本性質とその証明	128
3.4.2	諸問題への応用	134
3.5	特殊な線型変換についての考察	140
3.5.1	零因子による変換	140
3.5.2	合同変換	143
3.5.3	回転拡大を表す行列	148
第 4 章	固有値と固有ベクトル	151
4.1	固有値と固有ベクトルの定義とその求め方	152
4.1.1	方向の変わらないベクトル	152
4.1.2	固有値と固有ベクトルの定義	154
4.1.3	固有値, 固有ベクトルを求める	155
4.2	対角化と n 乗計算	167
4.3	スペクトル分解	176
4.3.1	固有値が 2 個存在する場合	176
4.3.2	固有値が 1 個存在する場合	183
4.3.3	行列の指数関数	185

付録 A 本編の理解に必要な予備知識	189
A.1 集合	190
A.2 1次独立	191
A.2.1 1次独立の定義	191
A.2.2 2つのベクトルが1次独立であること	191
A.2.3 3つのベクトルが1次独立であること	195
付録 B 本編の内容に関する補足	197
B.1 ベクトル空間	198
B.2 基底	200
B.2.1 基底とは	200
B.2.2 基底の変換	201
B.2.3 異なる基底における線型変換の表現行列	203
B.3 いろいろな行列	205
B.3.1 転置行列	205
B.3.2 対称行列	208
B.3.3 直交行列	211
付録 C 3行3列の行列	213
C.1 乗法の単位元	214
C.2 行列式	215
C.2.1 行列式の定義	215
C.2.2 行列式の計算	216
C.3 逆行列	218
C.3.1 逆行列の成分表示	218
C.3.2 掃き出し法	223
付録 D 行列式	225
D.1 行列式の定義	226
D.1.1 行列式の定義	226
D.1.2 2次の正方行列の行列式	231
D.1.3 3次正方行列の行列式	232
D.2 行列式の求め方	234
D.2.1 具体例から	234
D.2.2 置換	238
D.2.3 n 次行列式	242