

受験数学コンクール 2025 第 1 次予選問題

第 1 次予選は Stage 1 から Stage 5 までで構成されています。各 Stage の問題を解き、定められた方法で各 Stage の解答確認ファイルを開くためのパスワードを完成させてください。解答確認ファイルを開くと登録画面に必要な正解文字列が表示されます。

以下、解答するにあたっての注意事項です。

- (1) 各問題の中にある A などに入る文字はアルファベットと数字、 $-$ などの記号です。大文字、小文字などを間違えずに半角で入力してください。
- (2) 答の枠を埋めればよいので、高校数学の範囲外の知識を用いてもかまいません。また、高校数学の知識が必ずしも必要になるわけでもありません。

(3) 「整数部分」の定義

このコンクールに限っては、実数 x の「整数部分」は次のように定義することとします。

- $x \geq 0$ のとき
 x の整数部分とは、 x 以下の最大の整数、すなわち $[x]$ とします。($[\]$ はガウス記号)
(例) 3.45 の整数部分は 3 であり、6 の整数部分は 6 とする。
- $x \leq -1$ のとき
 x の整数部分とは、 $-[-x]$ とします。
(例) -3.21 の整数部分とは、 -3 であり、 -5 の整数部分は、 -5 である。
- $-1 < x < 0$ の整数部分は -0 と定義します。(0 ではありません。) なお、0 の整数部分は 0 と定義します。
(例) -0.4 の整数部分は -0 とする。

Stage 1

以下の問いに答えよ。

- (1) 5 次方程式 $x^5 - 36x^4 + 323x^3 + 1 = 0$ を満たす異なる実数の個数を k とし、それらの実数を $x_1, x_2, \dots, x_k$ とおく。このとき、 $k =$ であり、

$$[x_1] + [x_2] + \dots + [x_k] =$$

である。ただし、 $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す。



「 $x_1, x_2, \dots, x_k$ 」のような表記では、 $k = 1, k = 2$ の場合もあり得ます。

なお、この問題の $[x]$ は通常のガウス記号であり、冒頭の注意書きにある「整数部分」ではありませんのでご注意ください。

- (2) 5 次方程式 $x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 3 = 0$ の解を $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ とおくとき、

$$P = (\alpha^3 - 3\alpha + 6)(\beta^3 - 3\beta + 6)(\gamma^3 - 3\gamma + 6)(\delta^3 - 3\delta + 6)(\varepsilon^3 - 3\varepsilon + 6)$$

の値 を求めよ。

Stage 1 の問題が解けた人はここをクリック



クリックするとパスワードが要求されるので、ここに

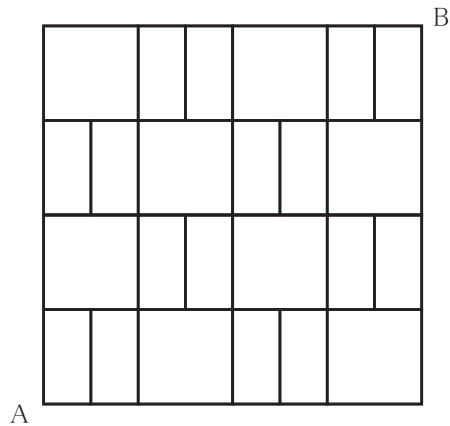
A(A の答)B(B の答)C(C の答)

を入力します。例えば、A の答が 12, B の答が 34, C の答が 5 の場合は、**A12B34C5** を入力します。正解すれば、Stage 1 の解答確認ファイルが開きます。

Stage 2

以下の問いに答えよ。

- (1) 次のような道がある。A から B までの最短経路は 通りである。



「最短経路」とは、この場合は、右 (→) と上 (↑) のみの移動で A から B まで移動する経路のことである。

- (2) A, B, C の 3 種類の文字を一行に左右に 10 文字並べる。ただし、A の右隣には必ず B が並び、A が右端になることはない。このような条件のもとで 10 文字を並べる方法は 通りである。



例えば、並べる文字の個数が 3 個の場合は、

ABB, ABC, BAB, BBB, BBC, BCB, BCC, CAB, CBB, CBC, CCB, CCC

がすべてであり、全部で 12 通りである。

Stage 2 の問題が解けた人はここをクリック



クリックするとパスワードが要求されるので、ここに

D(D の答)E(E の答)

を入力します。例えば、D の答が 123, E の答が 456 の場合は、**D123E456** を入力します。正解すれば、Stage 2 の解答確認ファイルが開きます。

Stage 3

以下の問いに答えよ。

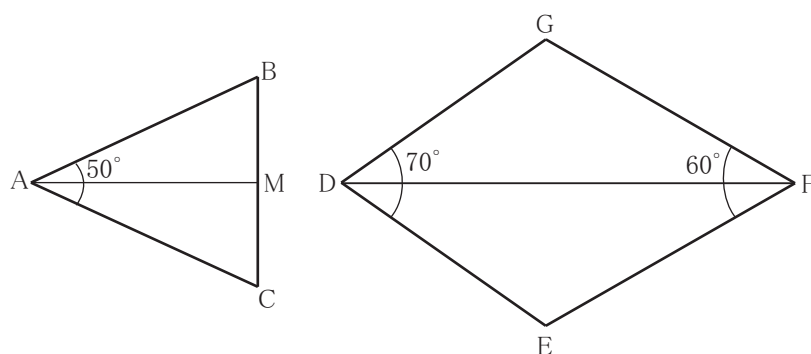
- (1) $\theta = \frac{\pi}{24}$ のとき $\frac{\sin 5\theta}{\sin \theta} + \frac{\cos 5\theta}{\cos \theta}$ の値は,

$$\boxed{\text{H}} \left(\boxed{\text{I}} + \sqrt{\boxed{\text{J}}} \right)$$

である。ただし, H, I, J はすべて一桁の整数である。

- (2) 次の図で, 三角形 ABC は, $AB = AC$, BC の中点 M に対し, $AM = 10$ である。

一方, 四角形 DEFG は, $DE = DG$, $FE = FG$, $\angle EDG = 70^\circ$, $\angle EFG = 60^\circ$, $DF = 20$ である。



三角形 ABC の面積を S_1 , 四角形 DEFG の面積を S_2 とするとき, $S_1 + S_2$ 以下の最大の整数は $\boxed{\text{K}}$ である。

Stage 3 の問題が解けた人はここをクリック



クリックするとパスワードが要求されるので, ここに

H(H の答)I(I の答)J(J の答)K(K の答)

を入力します。例えば, H の答が 1, I の答が 2, J の答が 3, K の答が 45 の場合は, **H1I2J3K45** を入力します。正解すれば, Stage 3 の解答確認ファイルが開きます。

Stage 4

以下の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は, 次の式で与えられる。

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 3a_n + 2n^2 - 10n + 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

この数列の a_{100} は である。

- (2) x が正の実数全体を動くとき, $f(x) = x^5 + 3x + \frac{9}{x^5 + 3x + 1}$ の最小値は である。

Stage 4 の問題が解けた人はここをクリック



クリックするとパスワードが要求されるので, ここに

A(A の答)B(B の答)

を入力します。例えば, A の答が -12 , B の答が 3 の場合は, **A-12B3** を入力します。正解すれば, Stage 4 の解答確認ファイルが開きます。

Stage 5

以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = (x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)(5x-1)(6x-1)$ のとき $f'(1)$ の値は, である。
- (2) xy 平面の $x \geq 0, y \geq 0$ で曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ と 2 本の直線 $l_1 : y = \frac{1}{8}x, l_2 : y = \frac{1}{27}x$ で囲まれる図形の面積を S とする。このとき, $100S =$ である。

Stage 5 の問題が解けた人はここをクリック



クリックするとパスワードが要求されるので, ここに

A(A の答)B(B の答)

を入力します。例えば, A の答が 12, B の答が 34 の場合は, **A12B34** を入力します。正解すれば, Stage 5 の解答確認ファイルが開きます。