

# 目 次

<b>第 1 章 方程式・式と証明</b>	<b>1</b>
1.1 多項式の乗法と二項定理 . . . . .	2
1.1.1 3 次以上の多項式の展開 . . . . .	2
1.1.2 二項定理 . . . . .	4
1.2 多項式の除法と因数定理 . . . . .	10
1.2.1 多項式の割り算の性質 . . . . .	10
1.2.2 剰余の定理 . . . . .	14
1.2.3 1 次式による割り算について . . . . .	18
1.2.4 因数定理 . . . . .	19
1.2.5 一致の定理 (♠) . . . . .	26
1.3 複素数と方程式 . . . . .	32
1.3.1 複素数 . . . . .	32
1.3.2 2 次方程式の解法 . . . . .	37
1.3.3 2 次方程式の判別式 . . . . .	48
1.3.4 2 次方程式の解と係数の関係 . . . . .	52
1.3.5 高次方程式 . . . . .	55
1.4 不等式の応用 . . . . .	66
1.4.1 不等式の証明 . . . . .	66
1.4.2 絶対不等式 . . . . .	70
<b>第 2 章 図形と方程式</b>	<b>109</b>
2.1 座標平面に関する基礎事項 . . . . .	110
2.1.1 座標平面上の点 . . . . .	110
2.1.2 直線の傾き . . . . .	117
2.2 図形と方程式 . . . . .	118
2.2.1 図形を表す方程式 . . . . .	118
2.2.2 直線の方程式 . . . . .	124

2.2.3	円の方程式	162
2.2.4	図形の移動と方程式	176
2.2.5	曲線束	197
2.3	不等式と図形	210
2.3.1	$y > f(x)$ が表す領域	210
2.3.2	$f(x, y) > 0$ で表される領域	216
2.3.3	正領域・負領域	223
2.3.4	$f(x, y)g(x, y) > 0$ で表される領域	226
2.3.5	不等式と同値変形	229
2.3.6	方程式・不等式の解の存在条件, 関数の値域への応用	235
2.4	軌跡	248
2.4.1	軌跡とは	248
2.4.2	点の軌跡	251
2.4.3	図形の軌跡	276
<b>第 3 章 三角関数</b>		<b>295</b>
3.1	弧度法と一般角に対する三角関数	296
3.1.1	弧度法	296
3.1.2	$\sin \theta$ と $\cos \theta$	302
3.1.3	$\tan \theta$	312
3.1.4	三角関数のグラフ	316
3.1.5	三角関数を含む方程式と不等式	323
3.2	三角関数の加法定理とその周辺定理	335
3.2.1	$\sin \theta$ と $\cos \theta$ の加法定理	335
3.2.2	$\tan \theta$ の加法定理	338
3.2.3	2 倍角の公式と半角の公式	340
3.2.4	3 倍角の公式とその周辺公式	346
3.2.5	合成公式	350
3.2.6	和積公式	358
<b>第 4 章 指数関数と対数関数</b>		<b>369</b>
4.1	指数関数	370
4.1.1	指数関数の定義	370
4.1.2	指数関数のグラフ	378
4.1.3	指数関数を含む方程式と不等式	386

4.2	対数関数 . . . . .	389
4.2.1	対数の定義と性質 . . . . .	389
4.2.2	対数関数のグラフ . . . . .	398
4.2.3	常用対数とその応用 . . . . .	402
4.2.4	対数関数を含む方程式と不等式 . . . . .	414
<b>第 5 章</b>	<b>微分法</b>	<b>427</b>
5.1	微分の考え方と計算 . . . . .	428
5.1.1	どのようにすると曲線の接線の傾きがわかるか . . . . .	428
5.1.2	関数の極限 . . . . .	431
5.1.3	微分係数と導関数 . . . . .	441
5.1.4	微分公式 . . . . .	447
5.1.5	積の微分法と合成関数の微分法 (♠) . . . . .	452
5.2	関数とグラフ . . . . .	458
5.2.1	グラフを描くための基本的な考え方 . . . . .	458
5.2.2	3 次関数と 4 次関数のグラフ . . . . .	466
5.2.3	曲線の接線と 2 曲線が接する条件 . . . . .	475
5.3	方程式・不等式への応用 . . . . .	485
5.3.1	方程式の解の個数について . . . . .	485
5.3.2	不等式の証明への応用 . . . . .	497
<b>第 6 章</b>	<b>積分法</b>	<b>505</b>
6.1	逆微分としての積分 . . . . .	506
6.1.1	不定積分と原始関数 . . . . .	506
6.1.2	不定積分の計算 . . . . .	507
6.1.3	定積分 . . . . .	512
6.1.4	定積分の計算の工夫 . . . . .	517
6.1.5	微積分学の基本定理 . . . . .	528
6.2	定積分の再定義 . . . . .	530
6.2.1	面積から定積分へ . . . . .	530
6.2.2	定積分と面積の関係 . . . . .	536
6.2.3	定積分の 3 つの計算方法 . . . . .	540
6.3	面積 . . . . .	553
6.3.1	面積を求めるための考え方 . . . . .	553
6.3.2	工夫して求める面積 . . . . .	560

6.3.3 いろいろな図形の面積 . . . . .	567
6.4 積分の応用 . . . . .	573
6.4.1 絶対値を含んだ関数の積分 . . . . .	573
6.4.2 積分を含む方程式 . . . . .	580
<b>第 7 章 数列</b>	<b>589</b>
7.1 数列の基本と等差数列・等比数列 . . . . .	590
7.1.1 数列の定義と記号 . . . . .	590
7.1.2 等差数列 . . . . .	598
7.1.3 等比数列 . . . . .	606
7.2 いろいろな数列の和 . . . . .	611
7.2.1 和が求められる原理 . . . . .	611
7.2.2 有理化および部分分数分解を利用した和の求め方 . . . . .	613
7.2.3 連續整数の積の和 . . . . .	617
7.2.4 $k^m (k = 1, 2, 3, \dots, n)$ の和 . . . . .	624
7.2.5 その他の場合 . . . . .	634
7.3 数列の応用 . . . . .	637
7.3.1 階差数列 . . . . .	637
7.3.2 数列の和と一般項の関係 . . . . .	643
7.3.3 数列とその最大の項 . . . . .	645
7.3.4 群数列 . . . . .	650
7.4 漸化式 . . . . .	654
7.4.1 漸化式によって定義される数列 . . . . .	654
7.4.2 数列の漸化式から一般項を求める方法 . . . . .	660
7.5 数学的帰納法 . . . . .	695
7.5.1 数学的帰納法とその考え方 . . . . .	695
7.5.2 数学的帰納法の変形 . . . . .	706
<b>第 8 章 ベクトル</b>	<b>723</b>
8.1 平面ベクトルの基礎 . . . . .	724
8.1.1 ベクトル . . . . .	724
8.1.2 ベクトルの演算 . . . . .	727
8.1.3 単位ベクトル . . . . .	736
8.1.4 位置ベクトル . . . . .	739
8.1.5 内分点・外分点を表すベクトル . . . . .	742

8.1.6 ベクトルの 1 次結合と 1 次独立 . . . . .	755
8.2 平面ベクトルの内積 . . . . .	771
8.2.1 内積の定義 . . . . .	771
8.2.2 符号付き長さ . . . . .	775
8.2.3 内積の性質 . . . . .	780
8.2.4 内積の応用 . . . . .	792
8.2.5 符号付き長さの値 . . . . .	796
8.3 平面図形とベクトル方程式 . . . . .	800
8.3.1 直線の方程式 . . . . .	800
8.3.2 円の方程式 . . . . .	805
8.4 3 次元空間内のベクトル . . . . .	809
8.4.1 空間座標 – 空間内の点をどのように表すか – . . . . .	809
8.4.2 空間内のベクトル . . . . .	812
8.5 空間内の図形 . . . . .	829
8.5.1 空間内の直線 . . . . .	829
8.5.2 空間内の平面 (♠♣) . . . . .	849
8.5.3 球面 . . . . .	872
8.5.4 空間内の円 (♣♦) . . . . .	875
8.5.5 回転体の方程式 (♣♦) . . . . .	878
8.5.6 正射影された図形の方程式 (#) . . . . .	883
<b>第 9 章 確率分布と統計的推測</b>	<b>893</b>
9.1 確率分布 . . . . .	894
9.1.1 確率変数と確率分布 . . . . .	894
9.1.2 確率変数の平均 (期待値) . . . . .	896
9.1.3 確率変数の分散と標準偏差 . . . . .	901
9.1.4 確率変数の和と積 . . . . .	904
9.1.5 期待値の基本演習 . . . . .	909
9.1.6 二項分布 . . . . .	924
9.2 正規分布 . . . . .	932
9.2.1 連続な値をとる確率変数 . . . . .	932
9.2.2 正規分布 . . . . .	935
9.3 統計的な推測 . . . . .	944
9.3.1 母集団と標本 . . . . .	944
9.3.2 標本平均の分布 . . . . .	945

9.3.3 統計的な推測の考え方 . . . . .	949
<b>第 10 章 総合演習</b>	<b>961</b>
10.1 標準演習 . . . . .	962
10.2 上級演習 . . . . .	971
<b>付 錄 A 本編を理解するために</b>	<b>977</b>
A.1 座標平面に関する基礎用語 . . . . .	978
A.1.1 数直線上の区間 . . . . .	978
A.1.2 平面上の領域とその周辺 . . . . .	978
A.2 写像と変換 . . . . .	983
A.2.1 写像 . . . . .	983
A.2.2 いろいろな写像 . . . . .	985
A.2.3 変換 . . . . .	987
A.3 線型性 . . . . .	988
A.4 微積分の学習に必要な基礎用語 . . . . .	991
<b>付 錄 B 発展編</b>	<b>995</b>
B.1 グラフの凹凸について . . . . .	996
B.1.1 グラフの凹凸と 2 階の導関数について . . . . .	996
B.1.2 3 次関数のグラフを再び考える . . . . .	999
B.2 円と放物線が接する条件 . . . . .	1000
B.3 2 つのベクトルに垂直なベクトル . . . . .	1008
B.4 四平方の定理 . . . . .	1011
B.5 平面におろした垂線の足について . . . . .	1013
<b>付 錄 C 未来の研究者のために</b>	<b>1015</b>
C.1 3 次方程式の研究 . . . . .	1016
C.1.1 カルダノの公式 . . . . .	1016
C.1.2 3 倍角の公式を利用した解法 . . . . .	1020
C.2 4 次方程式の研究 . . . . .	1024
C.3 $10^x = 2$ となる $x$ を求める . . . . .	1026
C.4 $k^m$ ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ) の和について . . . . .	1028
C.4.1 和の公式 . . . . .	1028
C.4.2 係数に関する性質 . . . . .	1029
C.4.3 $k^3$ の和と $k$ の和の関係およびその周辺公式 . . . . .	1035

C.5 ベクトル空間の定義 . . . . .	1038
C.6 基底 . . . . .	1040
C.7 距離 . . . . .	1042
C.8 1次独立 . . . . .	1043
C.8.1 1次独立の定義 . . . . .	1043
C.8.2 2つのベクトルが1次独立であること . . . . .	1043
C.8.3 3つのベクトルが1次独立であること . . . . .	1047
C.9 内積 . . . . .	1049
C.10 外積 . . . . .	1051
C.10.1 外積の定義と性質 . . . . .	1051
C.10.2 外積の応用 . . . . .	1059
C.11 統計分野に関する補足 . . . . .	1062
C.11.1 記述統計と推測統計 . . . . .	1062
C.11.2 標準正規分布の確率密度関数について . . . . .	1062
C.11.3 正規分布の平均値と分散 . . . . .	1065
C.11.4 大数の弱法則と中心極限定理 . . . . .	1066
<b>付録 D 三角関数に関する公式と数表</b> . . . . .	<b>1069</b>
D.1 三角関数の諸公式 . . . . .	1070
D.2 主な角の三角関数の値 . . . . .	1073
D.3 $2^n$ の値 . . . . .	1074
D.4 三角関数表 . . . . .	1077
D.5 対数関数表 . . . . .	1078
D.6 標準正規分布表 . . . . .	1080
D.7 乱数表 . . . . .	1082
D.8 多項式のグラフのサンプル . . . . .	1083