

## 新課程センター試験「問題例」の解答

### 数学 I 「データの分析」

- (1) 国語, 数学, 英語とも最小値, 最大値は一致しており, またこの箱ひげ図には平均値は書かれていないので, 第 1 四分位数, 中央値, 第 3 四分位数のみで判断する。

また, 特徴のある教科から求め決定したもののから選択肢から除外していくとよい。

最も特徴があるのは数学で, 第 1 四分位数が 58.5 (④, ⑤) があてはまる, 第 3 四分位数が 84.0 (①, ⑤) があてはまる) から ⑤ である。

残った 2 つの教科は, 選択肢のうち数学と共通項のあった ①, ④, ⑤ を除いた ①, ②, ③ の中から選んでいけばよい。

国語と英語は第 1 四分位数および中央値の値が近いので, 第 3 四分位数が決め手となる。第 3 四分位数が国語の 64.5 であるものは ③ に限られ, ③ が他の第 1 四分位数, 中央値とも一致していることを確認して, 国語が ③ であることがわかる。英語は第 3 四分位数が 70.5 であるものは ① と ② の 2 つがあるが, 中央値が 54.5 であるものを選び ② となる。

(答)  ア … ③,  イ … ⑤,  ウ … ②

- (2) 一般に,  $E(aX + b) = aE(X) + b$  が成り立つから, 新しい数学の平均値は,

$$69.40 \times 0.5 + 50 = 84.7 \dots\dots (\text{エオ}, \text{カ} \text{の答})$$

である。

次に,  $V(aX + b) = a^2V(X)$  であるから, 最初のデータの数学の分散を  $v$  とおくと,

$$0.5^2v = 82.8$$

$$v = 82.8 \times 4 = 331.2 \dots\dots (\text{キクケ}, \text{コ} \text{の答})$$

である。

また, 国語と英語の共分散の値は,

$$\frac{205}{18.0 \times 17.0} = 0.669\dots$$

$$0.67 \dots\dots (\text{サシ} \text{の答})$$

- (3) [A] について

「相関係数  $r$  は, 常に  $-1 \leq r \leq 1$  であり, すべてのデータが 1 つの曲線上に存在するときには, いつでも  $r = 1$  または  $r = -1$  である。」

↓

「曲線上」が正しくない。例えば, 散布図の点が円周上に分布している場合は相関係数は  $\pm 1$  ではない。

[B] について

「もとのデータを定数倍しても, 相関係数の値は変わらないが, もとのデータに定数を加えると相関係数の値は変わる。」

↓

もとのデータに定数を加えても標準偏差, 共分散の値は変わらないから相関係数の値は変わらない。

[C] について

「2つの変量間の相関係数の値が高い場合には, これらの2つの変量には因果関係があるといえる。」

↓

抽象的な表現で, はっきりしない文章である。一般的には相関係数  $r$  が  $|r| \geq 0.7$  のときに2つのデータには因果関係があるとされるものの, 文章中の「相関係数が高い」がどの程度なのかがはっきりとしないため答えにくい。

また, 例えば, 相関係数  $r$  が  $r = 0.3$  よりも  $r = 0.6$  の方が因果関係があると判断されるが,  $r = -0.6$  よりも  $r = -0.3$  の方が  $r$  は大きいと判断される。つまり  $r > 0$  においては  $r$  が大きいほど相関が強いが  $r < 0$  のときは  $r$  が大きいと相関は弱い。したがって,  $r < 0$  のときも考えてこれは誤りとしておく。

以上より, すべて誤りである。

(答)  ス ... ④



## 数学教育研究所

一部, 数学 B の確率分布と統計的推測からの出題ではないと思われるものがあるなど, これまでのセンター試験の問題と比較すると問題としての完成度は低い問題である。実際のセンター試験はもう少し違ったタイプの問題も出題されると思われる。

<http://www.math.co.jp>

整数の性質

(1) (i)  $8x + 5y = 1$  の整数解の一つは  $(x, y) = (2, -3)$  であるから,  $8x + 5y = 1$  は,

$$\begin{aligned} 8(x-2) + 5(y+3) &= 0 \\ 8(x-2) &= -5(y+3) \end{aligned} \quad \dots\dots ①$$

と表せる。① の右辺は 5 の倍数なので,

$$8(x-2) \in 5\mathbb{Z}$$

8 と 5 は互いに素だから,

$$x-2 \in 5\mathbb{Z}$$

したがって,  $x-2 = 5n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ) とおくことができる。これを ① に代入して,

$$\begin{aligned} 8 \cdot 5n &= -5(y+3) \\ y+3 &= -8n \end{aligned}$$

である。

以上より,

$$(x, y) = (5n+2, -8n-3) \quad \dots\dots ②$$

である。 $x > -10, y > -10$  となるのは,  $5n+2 > -10, -8n-3 > -10$  より

$$-\frac{12}{5} < n < \frac{7}{8}$$

$n$  は整数だから,

$$n = -2, -1, 0$$

これらを ② に順に代入して,

$$(x, y) = (-8, 13), (-3, 5), (2, -3) \quad \dots\dots (\text{ア}) \sim (\text{コ}) \text{ の答}$$

(ii) 不定方程式  $8x + 5y = 17$  の整数解の一つは  $(x, y) = (-1, 5)$  である。与えられた方程式を

$8(x+1) + 5(y-5) = 0$  とし, 同様に  $(x, y)$  の一般解を求めると,

$$(x, y) = (5n-1, -8n+5) \quad (n \in \mathbb{Z})$$

である。このとき,  $x+y = -3n+4$  であるから,  $0 < x+y < 100$  を満たす解の個数は,

$$\begin{aligned} 0 < -3n+4 < 100 \\ -32 < n < \frac{4}{3} \end{aligned}$$

を満たす整数  $n$  の個数を数えて,

$$1 - (-31) + 1 = 33 \quad \dots\dots (\text{サシ}) \text{ の答}$$

(2) 自然数  $a, b$  の最大公約数を  $G$  とおいたから,  $a = a'G, b = b'G$  のとき  $a', b'$  は 2 以上の公約数をもたない。したがって,  $a', b'$  の最大公約数は

$$1 \quad \dots\dots (\text{ス}) \text{ の答}$$

次に, 600, 5772 の素因数分解は,

$$600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$5772 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 17 \quad \dots\dots (\text{セ}, \text{ソ} \text{の答})$$

である。一般に、 $a'$  と  $b'$  が互いに素であるときは、 $a' + b'$  と  $a'b'$  も互いに素であるから、 $(a' + b')G = 600$ ,  $a'b'G = 5772$  であることから  $G$  は 600 と 5772 の最大公約数でもある。よって、

$$\begin{aligned} G &= 2^2 \cdot 3 \\ &= 12 \end{aligned} \quad \dots\dots (\text{タチ} \text{の答})$$

したがって、

$$a' + b' = 50 (= 2 \cdot 5^2), \quad a'b' = 481 (= 13 \cdot 37)$$

である。 $a'$ ,  $b'$  を解とする 2 次方程式は

$$t^2 - 50t + 481 = 0$$

これを解いて、

$$\begin{aligned} (t - 37)(t - 13) &= 0 \\ t &= 37, 13 \end{aligned}$$

$a' > b'$  であるから、

$$a' = 37, b' = 13$$

である<sup>1</sup>。したがって、

$$a = a'G = 37 \cdot 12 = 444 \quad \dots\dots (\text{ツテト} \text{の答})$$

$$b = b'G = 13 \cdot 12 = 156 \quad \dots\dots (\text{ナニヌ} \text{の答})$$

このとき、 $G = ma + nb$  は、

$$\begin{aligned} 444m + 156n &= 12 \\ 37m + 13n &= 1 \end{aligned} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

となる。

$$37 = 13 \cdot 2 + 11 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$$13 = 11 \cdot 1 + 2 \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

$$11 = 2 \cdot 5 + 1 \quad \dots\dots \textcircled{6}$$

$\textcircled{5} \times 5 - \textcircled{6}$  を計算して、

$$13 \cdot 5 - 11 = 11 \cdot 5 - 1$$

$$13 \cdot 5 = 11 \cdot 6 - 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$\textcircled{4} \times 6 - \textcircled{7}$  を計算して、

$$37 \times 6 - 13 \cdot 5 = 13 \cdot 12 + 1$$

$$37 \cdot 6 + 13(-17) = 1$$

となるから、 $(m, n) = (6, -17)$  が  $\textcircled{3}$  の整数解の 1 つである。一般解は、 $(m, n) = (6 + 13n, -17 - 37n)$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ) であるから  $\textcircled{3}$  を満たす  $m$  が正で最小である  $m$  と  $n$  の組は、

$$m = 6, \quad n = -17 \quad \dots\dots (\text{ネ} \sim \text{ヒ} \text{の答})$$

<sup>1</sup> $a'b' = 481$  を求める段階で  $a'b' = 13 \cdot 37$  を計算しているため、 $a'$ ,  $b'$  の値はこの段階でわかってしまう。

である。



ネについては, 枠から  $m$  は一桁の整数であることがわかるので, この問題に限っては 1 から順に代入して求める方法も考えられる。

数学教育研究所

<http://www.math.co.jp>